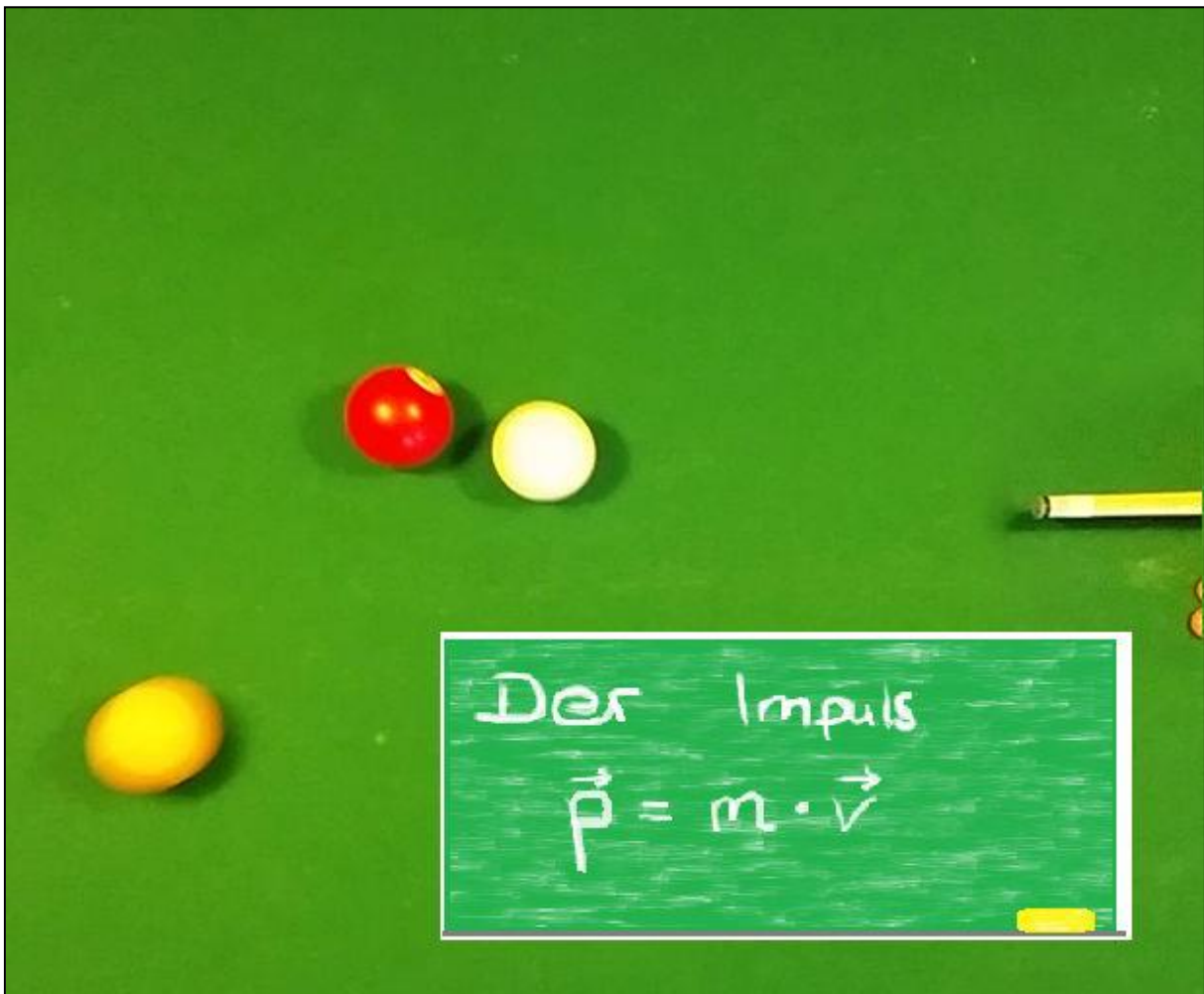
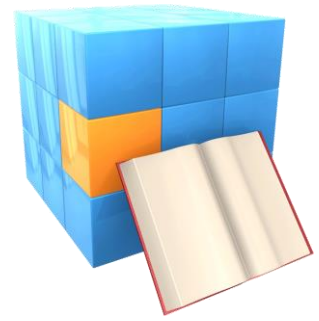


IMPULS UND IMPULSERHALTUNG AM BEISPIEL DES BILLARDS



Autoren: Katharina Diederichs



Übersicht

- **Einleitung**
- **Der Impuls**
 - Definition und theoretische Grundlagen
 - Impulserhaltungssatz
 - Elastischer Stoß - Beispiele
 - Unelastischer Stoß - Beispiele
 - Kraftstoß
- **Praktische Anwendung am Beispiel des Billards**
 - Gerader elastischer Stoß
 - Schiefer elastischer Stoß
 - Sonderfall Drall
- **Videos**
 - Gerader elastischer Stoß von zwei Kugeln (1)
 - Gerader elastischer Stoß von drei Kugeln (2)
 - Schiefer elastischer Stoß von zwei Kugeln (3)
 - Schiefer elastischer Stoß von drei Kugeln (4)
 - Sonderfall Drall (5)
- **Quellenverzeichnis**

Einleitung

Zur Beschreibung von Sachverhalten, besonders im Sport, ist es nicht ausreichend lediglich die wirkenden Kräfte zu berücksichtigen. Es interessiert doch mehr das Ergebnis, das zustande kommt, wenn eine Kraft bzw. eine Beschleunigung eine Zeit lang gewirkt hat. Beispielsweise ereignet sich ein Absprung in einem bestimmten Zeitraum. Dabei variiert die Absprungkraft, und man möchte wissen, zu welcher Abfluggeschwindigkeit der Absprung führt. Diese Frage ist mit dem Kraftbegriff alleine nicht zu klären. Hierzu existiert speziell der Begriff *Impuls*.¹

Dieser wird oft umgangssprachlich genutzt, indem man beispielsweise aus einem Impuls heraus etwas kauft oder einen Menschen als impulsiv beschreibt. Diese Begriffsverwendung hat jedoch nichts mit dem Impulsbegriff in der Mechanik gemein. Stöße sind Schülerinnen und Schülern (SuS) - auch von dem Wort her - aus vielerlei Zusammenhängen bekannt und mit diesen lässt sich der Begriff des Impulses am besten einführen und erläutern.²

Der Impuls

Definition und theoretische Grundlagen³⁴

Der Impuls p eines Körpers ist das Produkt aus Masse m und Geschwindigkeit v des Körpers.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Der Impuls ist wie die Geschwindigkeit eine Vektorgröße und in seiner Richtung mit dieser gleich gerichtet. Die Einheit ergibt sich aus den Einheiten der Faktoren.

$$\begin{aligned} [\vec{p}] &= [m \cdot \vec{v}] = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \\ &= 1 \text{Ns} \end{aligned}$$

1 vgl. Kassat 1993, S. 73

2 vgl. Wilke 2002, S.65

3 vgl. Dorn/Bader 2000, S. 89f.

4 vgl. Uni Frankfurt: Impuls und Impulserhaltung (online)

Impulserhaltungssatz

Der Impuls ist eine Erhaltungsgröße. Das heißt, dass in einem abgeschlossenen Inertialsystem⁵ der Gesamtimpuls - die Summe aller Einzelimpulse - konstant bleibt.

Die Impulssumme $\vec{p} = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2$ beider Partner vor dem Stoß ist gleich ihrer Impulssumme $\vec{p} = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2$ nach dem Stoß.
Der Gesamtimpuls \vec{p} bleibt beim Stoß erhalten.

Elastischer Stoß - Beispiele

Stoßen zwei Körper aneinander, ohne dass dabei Energie in innere Energie⁶ umgewandelt wird, spricht man von einem elastischen Stoß.⁷

Beispiel 1

Trifft eine Kugel 1 mit der Geschwindigkeit \vec{v}_1 auf eine ruhende Kugel 2 und haben beide Kugeln die gleiche Masse, so kommt Kugel 1 nach dem Stoß an der Stelle der Kugel 2 zur Ruhe und Kugel 2 hat nun die selbe Geschwindigkeit wie Kugel 1 vor dem Stoß. Der Gesamtimpuls bleibt erhalten und so lässt sich nach dem Impulserhaltungssatz schreiben:

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2$$

mit $\vec{v}_2 = 0$ und $\vec{u}_1 = 0$ folgt

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 = m_2 \cdot \vec{u}_2$$

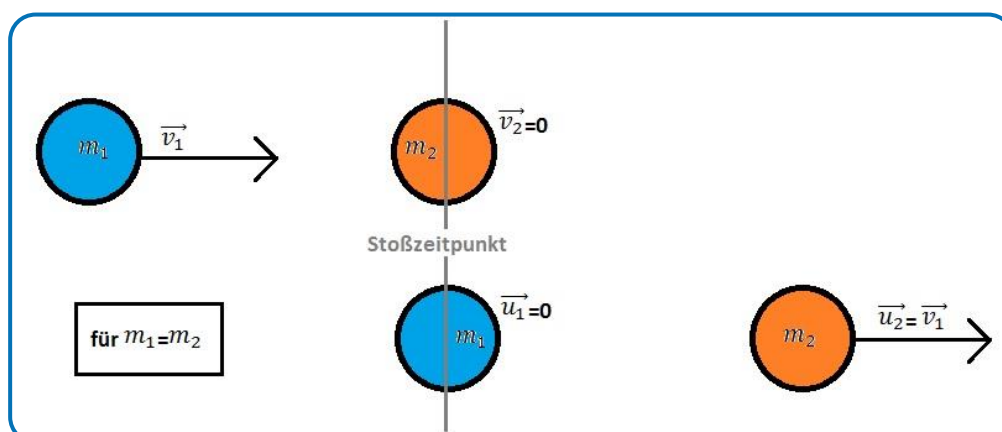


Abb. 1: Elastischer Stoß zweier Kugeln mit gleicher Masse

⁵ Ein Inertialsystem ist ein Bezugssystem in der Physik, in dem sich ein kräftefreier Körper geradlinig und gleichförmig bewegt.

⁶ Als innere Energie bezeichnet man beispielsweise Verformungsenergie oder auch Wärme (Entropie).

⁷ vgl. Wikipedia: Impuls (online)

Im Alltag lassen sich solche Impulsübertragungen nur äußerst selten beobachten. Lediglich in Ausnahmefällen kann man einen solchen idealen Stoß beispielsweise beim Billard beobachten, wenn die Reibungskräfte sehr klein sind.

Beispiel 2

Besitzt Kugel 1 die doppelte Masse von Kugel 2 und trifft mit der Geschwindigkeit \vec{v}_1 auf die ruhende Kugel B, so werden die Geschwindigkeiten nach dem Stoß mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes und des Impulserhaltungssatzes berechenbar:

mit $\vec{v}_2 = 0$ und $m_1 = 2m_2$ folgt

Impulserhaltung: $m_1 \cdot \vec{v}_1 + 0 = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2$

Energieerhaltung: $\frac{1}{2} m_1 \vec{v}_1^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 \vec{u}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \vec{u}_2^2$

Daraus folgt für $\vec{u}_1 = \frac{1}{3} \vec{v}_1$ und $\vec{u}_2 = \frac{4}{3} \vec{v}_1$

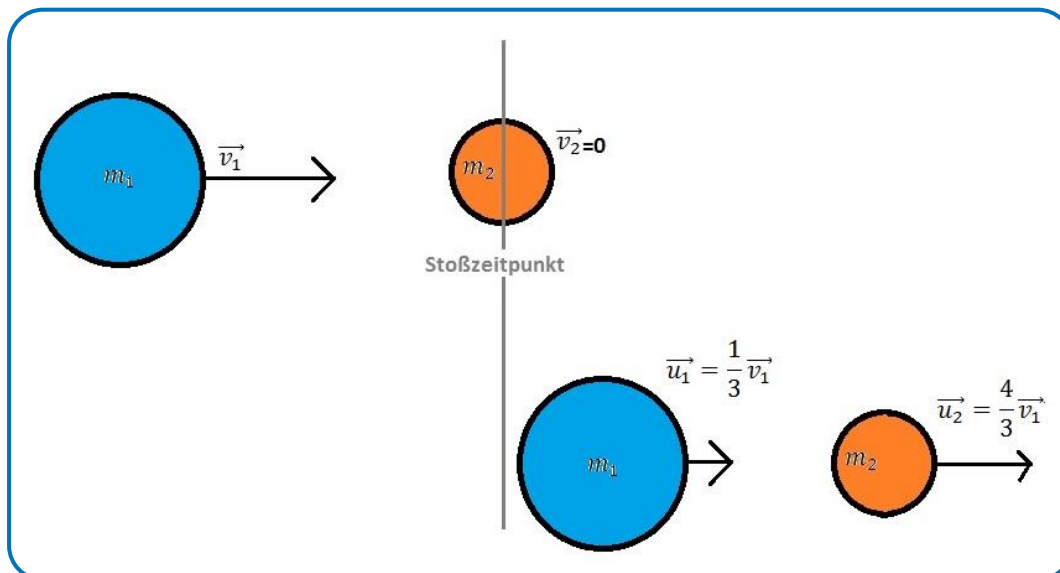


Abb. 2: Elastischer Stoß zweier Kugeln mit unterschiedlicher Masse

Unelastischer Stoß - Beispiele

Bei einem unelastischen Stoß wird ein Teil der kinetischen Energie in innere Energie umgewandelt, indem beispielsweise eine Verformung stattfindet oder Wärme erzeugt wird. Ein alltägliches Beispiel wäre ein Autounfall, bei dem das Blech verformt wird. Von einem idealen unelastischen Stoß spricht man, wenn beide Körper nach dem Stoß aneinander "kleben" und sich mit gleicher Geschwindigkeit weiter bewegen.

Beispiel 1

$v_1 = 2v_2$ Zwei Wagen gleicher Masse fahren aufeinander zu und stoßen ideal unelastisch gegeneinander. Wagen 1 fährt doppelt so schnell wie Wagen 2, d.h. . Also lässt sich wieder mit Hilfe des Impulserhaltungssatzes die gemeinsame Geschwindigkeit nach dem Stoß berechnen.

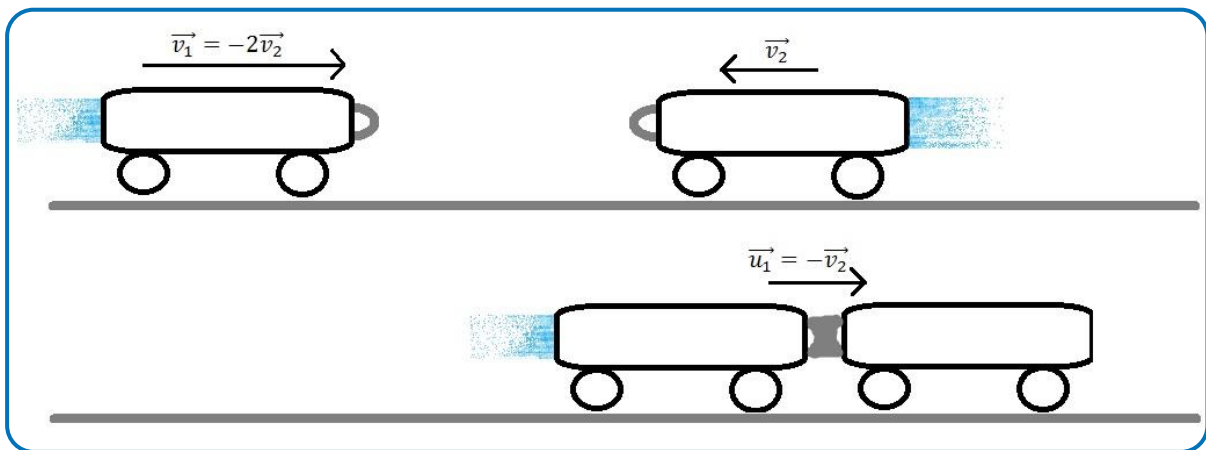


Abb. 3: Unelastischer Stoß zweier Wagen gleicher Masse

mit $\vec{v}_1 = -2\vec{v}_2$ und $m_1 = m_2$ folgt

$$\text{Impulserhaltung: } m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = \underbrace{(m_1 + m_2)}_{\text{Masse des Gespanns}} \cdot \vec{u}_1$$

Beide Wagen fahren nun mit der

Geschwindigkeit $\vec{u}_1 = \vec{v}_2$ weiter

Beispiel 2

Stoßen zwei Wagen unterschiedlicher Masse und Geschwindigkeit ideal unelastisch aufeinander, lässt sich die gemeinsame Geschwindigkeit nach dem Stoß wieder mit dem Impulserhaltungssatz bestimmen.

$$\vec{v}_1 = 5 \frac{m}{s}, \vec{v}_2 = -4 \frac{m}{s}, m_1 = 2kg, m_2 = 4kg$$

Impulserhaltung: $m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = \underbrace{(m_1 + m_2)}_{\text{Masse des Gespanns}} \cdot \vec{u}_1$

$$2kg \cdot 5 \frac{m}{s} + 4kg \cdot -4 \frac{m}{s} = 6kg \cdot \vec{u}_1$$

$$\vec{u}_1 = -1 \frac{m}{s}$$

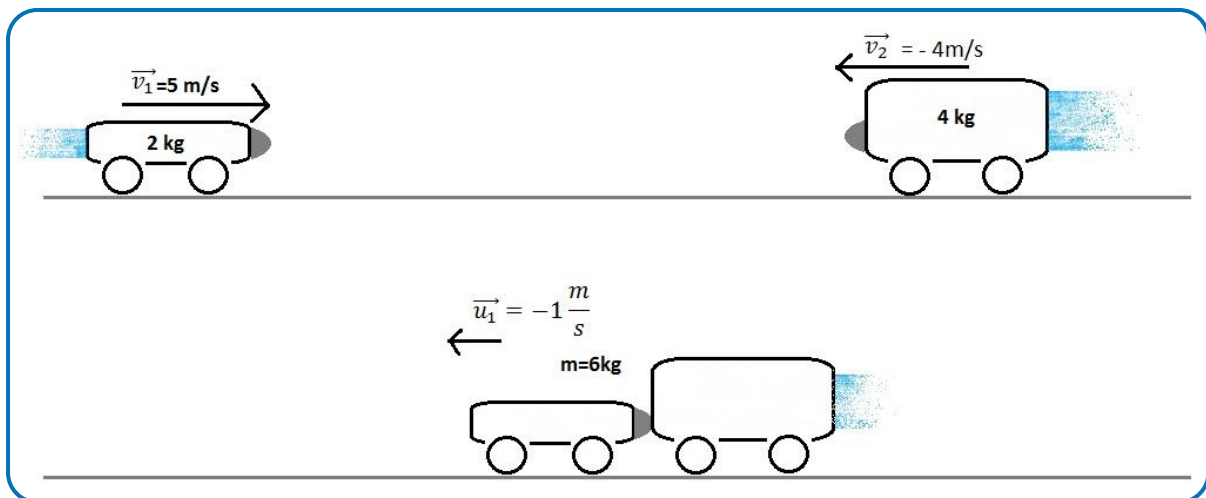


Abb. 4: Unelastischer Stoß zweier Wagen mit unterschiedlicher Masse und Geschwindigkeit

Kraftstoß

Schiebt man ein Auto mit konstanter Kraft F an, zeigen die Erfahrungswerte, dass das Auto eine umso größere Geschwindigkeit bekommt, umso größer die Kraft ist und umso länger geschoben wird.

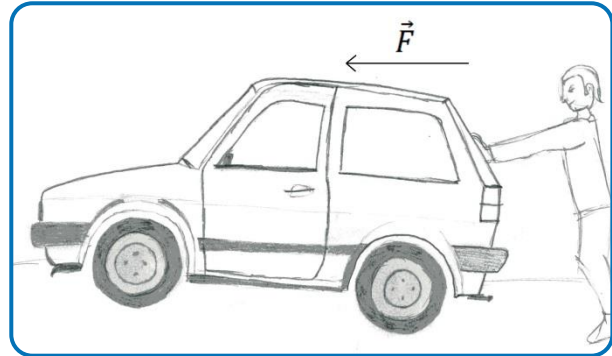


Abb. 5: Impulsänderung eines Autos - Kraftstoß

Nach NEWTONS GESETZ ist $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Mit $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ folgt $\vec{F} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

Nach Multiplikation mit Δt folgt $\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v} = \Delta \vec{p}$

Aus der Kraft F und der Beschleunigungsdauer Δt erhält man also die Impulsänderung $\Delta \vec{p}$ - auch ohne die Masse zu kennen.

Wird ein Körper während der Zeit Δt durch eine konstante Kraft \vec{F} beschleunigt, so erfährt er die Impulsänderung $\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$

Das Produkt $\vec{F} \cdot \Delta t$ nennt man auch *Kraftstoß*.

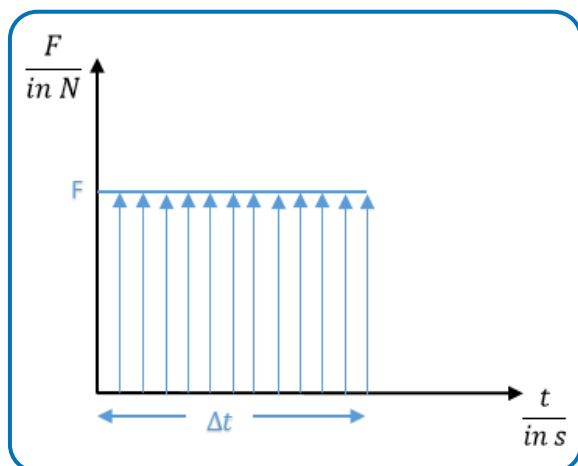


Abb. 6: Kraft-Zeit-Diagramm bei konstanter Kraft F

Bei konstanter Kraft beschreibt der Kraftstoß bzw. das Produkt $\vec{F} \cdot \Delta t$ die Fläche unter der Kurve.

Ist die Kraft variabel mit der Zeit t , so beschreibt der Kraftstoß weiterhin die Fläche unter der Kurve, die sich nun jedoch nur mit Hilfe des Integrals $\Delta \vec{p} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F}(t) dt$ berechnen lässt.

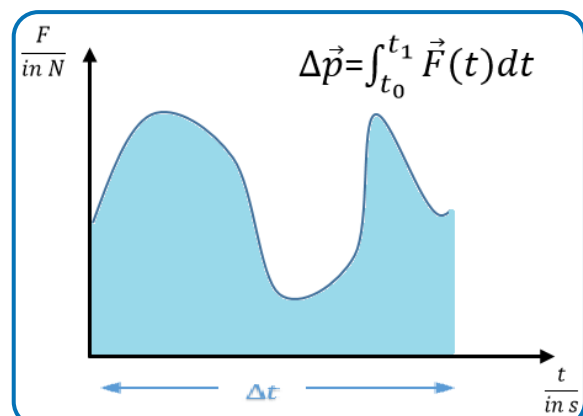


Abb. 7: Kraft-Zeit-Diagramm bei variabler Kraft F

Praktische Anwendung am Beispiel des Billards

Gerader elastischer Stoß

Ein gerader elastischer Stoß ist dadurch gekennzeichnet, dass hier nur elastische Wechselwirkungen auftreten - die kinetische Energie vor dem Stoß ist daher auch genauso groß wie nach dem Stoß - und die Berührungsfläche der beiden Stoßpartner steht senkrecht auf der Verbindungsachse ihrer Schwerpunkte. Die Stöße zwischen zwei

Billardkugeln können als Beispiel für solche Stöße dienen. Der Geschwindigkeitsvektor der stoßenden Kugel liegt auf der Verbindungsachse der Schwerpunkte.

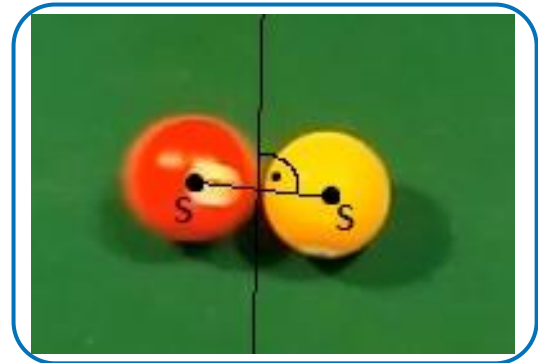


Abb. 8: Berührungsfläche zweier Billardkugeln

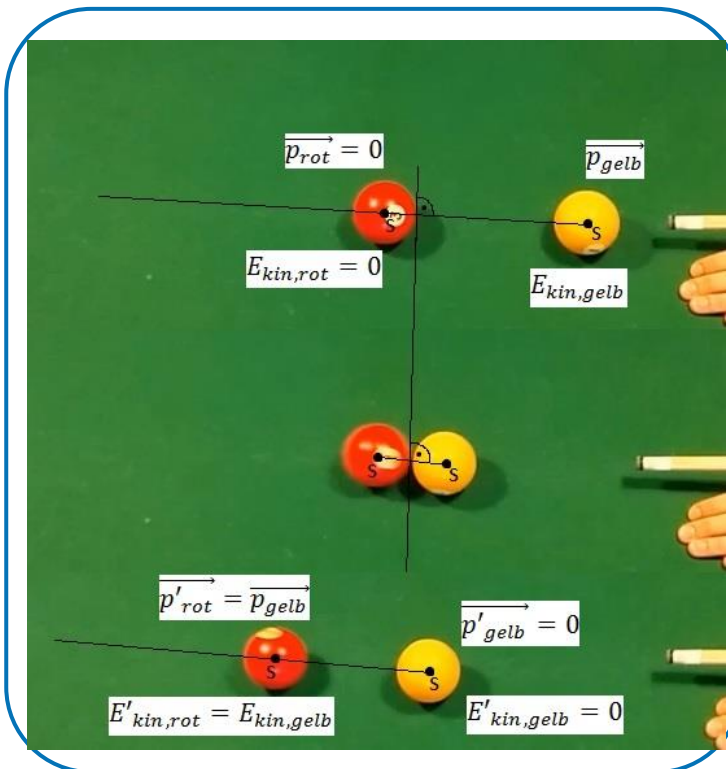




Abb. 9: Energie- und Impulsbetrachtung beim geraden Stoß zweier Billardkugeln

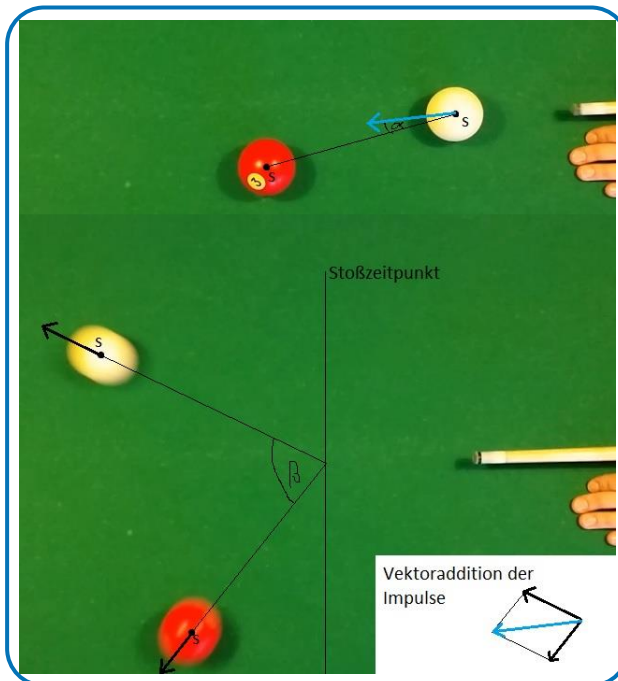
Stoßen beim Billard lediglich zwei Kugeln gerade elastisch miteinander, wobei eine Kugel vor dem Stoß ruht, so wird die gesamte kinetische Energie und der Impuls der stoßenden Kugel vor dem Stoß während des Stoßes auf die ruhende Kugel übertragen.⁸ ▶  1

Betrachtet man einen geraden elastischen Stoß einer Kugel auf zwei ruhende Kugeln, so wird während des Stoßes die kinetische Energie und der Impuls der stoßenden Kugel auf die hintere Kugel übertragen. Dies geschieht beispielsweise auch bei der Newtonschen Wiege⁹. ▶  2

⁸ Dies beschreibt den Idealfall, der allerdings in der Realität äußerst selten zustande kommt, da man die Reibungskräfte nicht außer Betracht lassen kann.

⁹ Auch bekannt als Kugelstoßapparat

Schiefer elastischer Stoß



Liegt der Geschwindigkeitsvektor nicht auf der Verbindungsachse der Schwerpunkte der Stoßpartner, spricht man von einem schiefen elastischen Stoß. Will man hier wieder die Impulse vor und nach dem Stoß ermitteln, kann man dies nur noch mit Hilfe der Vektoraddition unter Berücksichtigung des Impuls- und Energieerhaltungssatzes, sowie den Ausmaßen der Kugeln, da man diese nun nicht mehr als Massepunkte sehen kann.



Schiefe elastische Stöße mehrerer Kugeln treten beim Billard am häufigsten auf. ▶  3-4

Abb. 10: Schiefer elastischer Stoß zweier Kugeln

Sonderfall Drall¹⁰

Wird eine Kugel zusätzlich zu ihrer Vorwärtsbewegung in Rotation um die eigene Achse versetzt, so beschreibt die Kugel eine Abweichung von der geraden Bahn in Richtung der Eigendrehung und man spricht von Drall. Wird beispielsweise eine Billardkugel links vom Zentrum angespielt, so dreht sie auch in diese Richtung. Verantwortlich für die Richtungsänderung ist die Reibung am Tisch. ▶  5

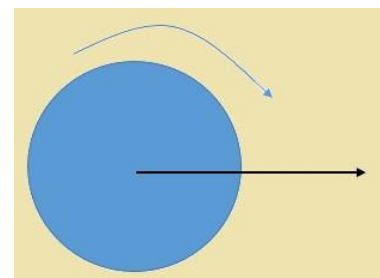


Abb. 11: Vorwärtsbewegung und Rotationsbewegung einer Kugel

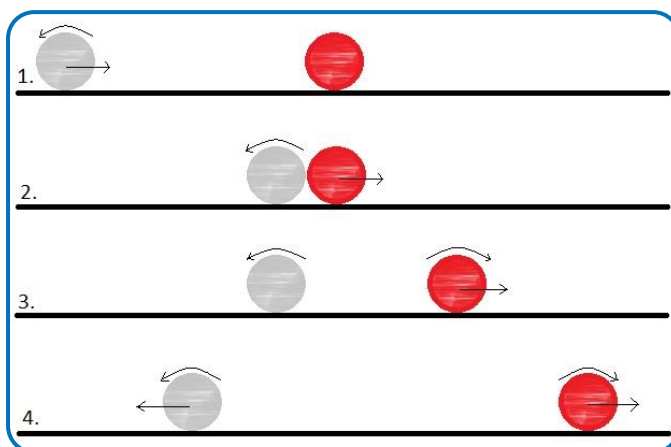


Abb. 12: Rückläufer - 4 Stadien eines Stoßes

Als Rückläufer bezeichnet man eine Kugel, deren Drehrichtung entgegengesetzt zur Laufrichtung der Kugel ist. Die weiße Kugel wird mit dem Leder des Queues unterhalb der horizontalen Mitte - aber in der vertikalen Mitte - getroffen und bekommt dadurch einen Drehimpuls, der entgegengesetzt der Laufrichtung der Kugel wirkt und diese kontinuierlich abbremst. Die Kugel

¹⁰ vgl. Wikipedia: Effet (online)

gleitet also über das Tuch des Tisches und dreht sich dabei in entgegengesetzter Richtung um ihre horizontale Achse. Dieser Effekt wird genutzt, um die weiße Kugel nach dem Stoß mit einer anderen Kugel wieder zurückrollen zu lassen.

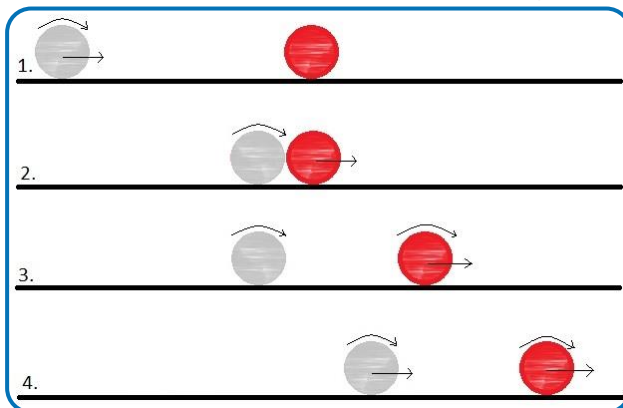


Abb. 13: Nachläufer - 4 Stadien eines Stoßes

Sind Drehrichtung und Laufrichtung einer Kugel gleichgerichtet, so spricht man von einem Nachläufer. Wird die weiße Kugel oberhalb ihrer horizontalen Mitte - auf der vertikalen Mitte - getroffen, so bekommt sie dadurch einen Drehimpuls, der in Laufrichtung der Kugel wirkt und diese kontinuierlich beschleunigt. Dadurch läuft die weiße Kugel nach dem Stoß mit einer anderen Kugel dieser hinterher.

Quellenverzeichnis

Literatur

Autor	Literaturname	Erscheinungsort	Erscheinungsjahr	Verlag
Bader, F./ Dorn, F.	Physik Sek II Gymnasium Gesamtband	Hannover	2000	Schroedel Verlag
Kassat, G.	Biomechanik für Nicht- Biomechaniker	Rödinghausen	1993	Fitness- Contur- Verlag
Mathelitsch, L./ Thaller, S.	Sport und Physik	Köln	2008	Aulis Ver- lag Deub- ner
Wilke, H.-J. (Hrsg.)	Physikalische Schulexpe- rimente Band 3	Berlin	2002	Volk und Wissen Verlag

Internet

URL	Zugriffszeitpunkt
https://elearning.physik.uni-frankfurt.de/data/FB13-PhysikOnline/lm_data/lm_282/auto/kap06/cd146.htm	19.12.2014 um 9.13 Uhr
http://de.wikipedia.org/wiki/Impuls#Kraftsto.C3.9F	19.12.2014 um 11.15 Uhr
http://de.wikipedia.org/wiki/Effet	26.01.2015 um 15.35 Uhr

Abbildung / Foto

Nummer	Urheber
Alle Abbildungen	Katharina Diederichs

Video

Nummer	Urheber
1-5	Katharina Diederichs

Urheber des Beitrages

Autor	Berater	Institution
Katharina Diederichs / Lehramts- studentin	Minnich, Marlis	Institut für Sportwissenschaft, Universi- tät Koblenz- Landau, Campus Koblenz